Una Reformulación de la Relatividad Especial

Agustín A. Tobla

(2024) Buenos Aires

Argentina

Este trabajo presenta una reformulación de la relatividad especial, cuyas magnitudes cinemáticas y dinámicas son invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia inerciales y no inerciales, que puede ser aplicada en partículas masivas y no masivas y donde la relación entre fuerza neta y aceleración especial es como en la segunda ley de Newton. Adicionalmente, nuevas fuerzas universales de interacción son propuestas.

Introducción

La reformulación de la relatividad especial que este trabajo presenta se desarrolla a partir de una partícula masiva auxiliar (denominada punto-auxiliar) que es utilizada para obtener magnitudes cinemáticas (tales como tiempo relacional, posición relacional, etc.) que son invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia inerciales y no inerciales.

El tiempo relacional (t), la posición relacional $(\mathbf{r})$, la velocidad relacional $(\mathbf{v})$ y la aceleración relacional $(\mathbf{a})$ de una partícula (masiva o no masiva) con respecto a un sistema de referencia inercial S, están dados por:

$$t \;\doteq\; \text{ŧ} \;=\; \gamma\left(\mathtt{t} - \frac{\vec{r}\cdot\vec{u}}{c^2}\right) \tag{1}$$

$$\mathbf{r} \;\doteq\; (\bar{r}) \;=\; \left[\,\vec{r} + \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\frac{(\vec{r}\cdot\vec{u})\,\vec{u}}{c^2} - \gamma\,\vec{u}\,\mathtt{t}\,\right] \tag{2}$$

$$\mathbf{v} \;\doteq\; d(\bar{r})/d\text{ŧ} \;=\; \left[\,\vec{v} + \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\frac{(\vec{v}\cdot\vec{u})\,\vec{u}}{c^2} - \gamma\,\vec{u}\,\right]\frac{1}{\gamma\,(1-\frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{c^2})} \tag{3}$$

$$\mathbf{a} \;\doteq\; d^2(\bar{r})/d\text{ŧ}^2 \;=\; \left[\,\vec{a} - \frac{\gamma}{\gamma+1}\frac{(\vec{a}\cdot\vec{u})\,\vec{u}}{c^2} + \frac{(\vec{a}\times\vec{v})\times\vec{u}}{c^2}\,\right]\frac{1}{\gamma^2\,(1-\frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{c^2})^3} \tag{4}$$

donde (ŧ, $\bar{r}$) son el tiempo y la posición de la partícula con respecto al sistema auxiliar, ($\mathtt{t}$, $\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$) son el tiempo, la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula con respecto al sistema S, ($\vec{u}$) es la velocidad del punto-auxiliar con respecto al sistema S, (c) es la velocidad de la luz en el vacío y $\gamma \doteq (1 - \vec{u}\cdot\vec{u}/c^2)^{-1/2}$ (ver Anexo I)

El punto-auxiliar es una partícula masiva arbitraria libre de fuerzas externas (o que la fuerza neta actuando sobre ésta es igual a cero) El sistema auxiliar es un sistema de referencia inercial cuyo origen coincide siempre con el punto-auxiliar ($\vec{u} = 0$ y $\gamma = 1$)

Por otro lado, la frecuencia relacional (ν) de una partícula no masiva respecto a un sistema de referencia inercial S, está dada por:

$$\nu \doteq \mathtt{v}\, \frac{\left(1 - \dfrac{\vec{c} \cdot \vec{u}}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \dfrac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{c^2}}} \tag{5}$$

donde ($\mathtt{v}$) es la frecuencia (ordinaria) de la partícula no masiva respecto al sistema S, ($\vec{c}$) es la velocidad de la partícula no masiva respecto al sistema S, ($\vec{u}$) es la velocidad del punto-auxiliar respecto al sistema S y (c) es la velocidad de la luz en el vacío (ver Anexo II)

Nota : En los sistemas de referencia inerciales no coincidentes ($t_\alpha \neq \tau_\alpha$ y/o $\mathbf{r}_\alpha \neq 0$) ($\alpha =$ punto-auxiliar) una constante debe ser sumada en la ecuación de tiempo relacional tal que el tiempo relacional y el tiempo propio del punto-auxiliar sean iguales ($t_\alpha = \tau_\alpha$) y otra constante debe ser sumada en la ecuación de posición relacional tal que la posición relacional del punto-auxiliar sea cero ($\mathbf{r}_\alpha = 0$)

Masa Intrínseca & Factor Relativista

La masa intrínseca (m) y el factor relativista (f) de una partícula masiva, están dados por:

$$m \doteq m_o \tag{6}$$

$$f \doteq \left(1 - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}}{c^2}\right)^{-1/2} \tag{7}$$

donde (m_o) es la masa en reposo de la partícula masiva, ($\mathbf{v}$) es la velocidad relacional de la partícula masiva y (c) es la velocidad de la luz en el vacío.

La masa intrínseca (m) y el factor relativista (f) de una partícula no masiva, están dados por:

$$m \doteq \frac{h\,\kappa}{c^2} \tag{8}$$

$$f \doteq \frac{\nu}{\kappa} \tag{9}$$

donde (h) es la constante de Planck, (ν) es la frecuencia relacional de la partícula no masiva, (κ) es una constante universal positiva con dimensión de frecuencia y (c) es la velocidad de la luz en el vacío.

Según este trabajo, una partícula masiva es una partícula con masa en reposo no nula (o una partícula cuya velocidad en el vacío es menor que c) y una partícula no masiva es una partícula con masa en reposo nula (o una partícula cuya velocidad en el vacío es c)

Nota : La masa en reposo (m_o) y la masa intrínseca (m) son en general no aditivas y la masa relativista (m) de una partícula (masiva o no masiva) está dada por : ($\mathrm{m} \doteq m\,f$)

Cinemática Especial

La posición especial ($\bar{\mathbf{r}}$), la velocidad especial ($\bar{\mathbf{v}}$) y la aceleración especial ($\bar{\mathbf{a}}$) de una partícula (masiva o no masiva) están dadas por:

$$\bar{\mathbf{r}} \doteq \int f\,\mathbf{v}\,dt \tag{10}$$

$$\bar{\mathbf{v}} \doteq \frac{d\bar{\mathbf{r}}}{dt} = f\,\mathbf{v} \tag{11}$$

$$\bar{\mathbf{a}} \doteq \frac{d\bar{\mathbf{v}}}{dt} = f\,\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{df}{dt}\,\mathbf{v} \tag{12}$$

donde (f) es el factor relativista de la partícula, ($\mathbf{v}$) es la velocidad relacional de la partícula y (t) es el tiempo relacional de la partícula.

Dinámica Especial

Sea una partícula (masiva o no masiva) con masa intrínseca (m) entonces el momento lineal ($\mathbf{P}$) de la partícula, el momento angular ($\mathbf{L}$) de la partícula, la fuerza neta ($\mathbf{F}$) que actúa sobre la partícula, el trabajo (W) realizado por la fuerza neta que actúa sobre la partícula y la energía cinética (K) de la partícula, están dados por:

$$\mathbf{P} \doteq m\,\bar{\mathbf{v}} = m\,f\,\mathbf{v} \tag{13}$$

$$\mathbf{L} \doteq \mathbf{r}\times\mathbf{P} = m\,\mathbf{r}\times\bar{\mathbf{v}} = m\,f\,\mathbf{r}\times\mathbf{v} \tag{14}$$

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = m\,\bar{\mathbf{a}} = m\left[f\,\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{df}{dt}\,\mathbf{v}\right] \tag{15}$$

$$\mathrm{W} \doteq \int_1^2 \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r} = \int_1^2 \frac{d\mathbf{P}}{dt}\cdot d\mathbf{r} = \Delta\,\mathrm{K} \tag{16}$$

$$\mathrm{K} \doteq m\,f\,c^2 \tag{17}$$

donde (f, $\mathbf{r}$, $\mathbf{v}$, t, $\bar{\mathbf{v}}$, $\bar{\mathbf{a}}$) son el factor relativista, la posición relacional, la velocidad relacional, el tiempo relacional, la velocidad especial y la aceleración especial de la partícula y (c) es la velocidad de la luz en el vacío. La energía cinética (K_o) de una partícula masiva en reposo relacional es ($m_o\,c^2$) puesto que en este trabajo la energía total relativista ($\mathrm{E} \doteq \mathrm{T} + m_o\,c^2$) y la energía cinética ($\mathrm{K} \doteq m\,f\,c^2$) son lo mismo ($\mathrm{E} = \mathrm{K}$)

Nota : $\mathrm{E}^2 - \mathbf{P}^2c^2 = m^2\,f^2\,c^4\,(1 - \mathbf{v}^2/c^2)$ [en partícula masiva : $f^2\,(1-\mathbf{v}^2/c^2) = 1 \rightarrow \mathrm{E}^2 - \mathbf{P}^2c^2 = {m_o}^2c^4$ y $m \neq 0$] & [en partícula no masiva : $\mathbf{v}^2 = c^2 \rightarrow (1-\mathbf{v}^2/c^2) = 0 \rightarrow \mathrm{E}^2 - \mathbf{P}^2c^2 = 0$ y $m \neq 0$]

Observaciones Generales

Según este trabajo, en el sistema de referencia auxiliar las magnitudes relacionales y las magnitudes ordinarias son siempre las mismas.

La fuerza neta $\mathbf{F}$ que actúa sobre una partícula (masiva o no masiva) siempre tiene igual dirección y sentido que la aceleración especial $\bar{\mathbf{a}}$ de la partícula (como en la 2ª ley de Newton)

Finalmente,

La magnitud masa intrínseca (m) es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia inerciales y no inerciales.

Las magnitudes relacionales $(\nu, t, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{a})$ son invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia inerciales y no inerciales (puesto que estas magnitudes relacionales son las magnitudes ordinarias propias del sistema de referencia auxiliar)

Por lo tanto, las magnitudes cinemáticas y dinámicas ($f, \bar{\mathbf{r}}, \bar{\mathbf{v}}, \bar{\mathbf{a}}, \mathbf{P}, \mathbf{L}, \mathbf{F}, \mathrm{W}, \mathrm{K}$) son también invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia inerciales y no inerciales.

La dinámica especial puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia inercial o no inercial (y los observadores no inerciales no deben introducir fuerzas ficticias en $\mathbf{F}$)

Por lo tanto, la reformulación de la relatividad especial presentada en este trabajo está de acuerdo con el principio general de relatividad.

Sin embargo,

En este trabajo, a partir de una partícula masiva auxiliar, se obtuvo solamente la forma que tienen las magnitudes relacionales ($\nu, t, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{a}$) en cualquier sistema de referencia inercial.

Por consiguiente,

A partir de una partícula masiva auxiliar, nosotros debemos obtener la forma que tienen las magnitudes relacionales ($\nu, t, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{a}$) en cualquier sistema de referencia no rotante (sistema de referencia no rotante respecto a un sistema de referencia inercial)

Luego, a partir de un sistema auxiliar de partículas masivas, nosotros debemos obtener la forma que tienen las magnitudes relacionales ($\nu, t, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{a}$) en cualquier sistema de referencia rotante (sistema de referencia rotante respecto a un sistema de referencia inercial)

Bibliografía

W. Pauli, Teoría de Relatividad.

C. Møller, La Teoría de Relatividad.

A. Blato, Transformaciones Vectoriales de Lorentz.

Anexo I

Transformaciones Vectoriales de Lorentz

Sean dos sistemas de referencia inerciales S y S' cuyos orígenes coinciden en el tiempo cero (para ambos sistemas) entonces el tiempo ($\mathtt{t}'$), la posición ($\vec{r}\,'$) la velocidad ($\vec{v}\,'$) y la aceleración ($\vec{a}\,'$) de una partícula (masiva o no masiva) respecto al sistema de referencia inercial S', están dados por:

$$\mathtt{t}' \;=\; \gamma\left(\mathtt{t} - \frac{\vec{r}\cdot\vec{u}}{c^2}\right) \tag{18}$$

$$\vec{r}\,' \;=\; \left[\,\vec{r} + \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\frac{(\vec{r}\cdot\vec{u})\,\vec{u}}{c^2} - \gamma\,\vec{u}\,\mathtt{t}\,\right] \tag{19}$$

$$\vec{v}\,' \;=\; \left[\,\vec{v} + \frac{\gamma^2}{\gamma+1}\frac{(\vec{v}\cdot\vec{u})\,\vec{u}}{c^2} - \gamma\,\vec{u}\,\right]\frac{1}{\gamma\,(1-\frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{c^2})} \tag{20}$$

$$\vec{a}\,' \;=\; \left[\,\vec{a} - \frac{\gamma}{\gamma+1}\frac{(\vec{a}\cdot\vec{u})\,\vec{u}}{c^2} + \frac{(\vec{a}\times\vec{v})\times\vec{u}}{c^2}\,\right]\frac{1}{\gamma^2\,(1-\frac{\vec{v}\cdot\vec{u}}{c^2})^3} \tag{21}$$

donde ($\mathtt{t}$, $\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$) son el tiempo, la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula respecto al sistema S, ($\vec{u}$) es la velocidad del sistema S' respecto al sistema S, (c) es la velocidad de la luz en el vacío y $\gamma \doteq (1-\vec{u}\cdot\vec{u}/c^2)^{-1/2}$ Nota : $\gamma^2/(\gamma+1)\,c^2 = (\gamma-1)/\vec{u}^{\,2} \leftarrow \vec{u} \neq 0$

Anexo II

Transformación de Frecuencia

Por otro lado, la frecuencia ($\mathtt{v}'$) de una partícula no masiva respecto a un sistema de referencia inercial S', está dada por:

$$\mathtt{v}' \;=\; \mathtt{v}\;\frac{\left(1-\dfrac{\vec{c}\cdot\vec{u}}{c^2}\right)}{\sqrt{1-\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{u}}{c^2}}} \tag{22}$$

donde ($\mathtt{v}$) es la frecuencia de la partícula no masiva respecto a otro sistema de referencia inercial S, ($\vec{c}$) es la velocidad de la partícula no masiva respecto al sistema S, ($\vec{u}$) es la velocidad del sistema S' respecto al sistema S y (c) es la velocidad de la luz en el vacío.

Anexo III

Fuerzas Cinéticas

La fuerza cinética $\mathbf{K}^a_{ij}$ ejercida sobre una partícula i con masa intrínseca m_i por otra partícula j con masa intrínseca m_j, está dada por:

$$\mathbf{K}^a_{ij} \;=\; - \left[\; \frac{m_i \, m_j}{\mathbb{M}} \, (\, \bar{\mathbf{a}}_i \, - \, \bar{\mathbf{a}}_j \,) \; \right] \tag{23}$$

donde $\bar{\mathbf{a}}_i$ es la aceleración especial de la partícula i, $\bar{\mathbf{a}}_j$ es la aceleración especial de la partícula j y $\mathbb{M}$ ($= \sum_z^{All} m_z$) es la suma de las masas intrínsecas de todas las partículas del Universo.

Por otro lado, la fuerza cinética $\mathbf{K}^u_i$ ejercida sobre una partícula i con masa intrínseca m_i por el Universo, está dada por:

$$\mathbf{K}^u_i \;=\; - \, m_i \, \frac{\sum_z^{All} m_z \, \bar{\mathbf{a}}_z}{\sum_z^{All} m_z} \tag{24}$$

donde m_z y $\bar{\mathbf{a}}_z$ son la masa intrínseca y la aceleración especial de la z-ésima partícula del Universo.

De las ecuaciones anteriores se deduce que la fuerza cinética neta $\mathbf{K}_i$ ($= \sum_j^{All} \mathbf{K}^a_{ij} \, + \, \mathbf{K}^u_i$) que actúa sobre una partícula i con masa intrínseca m_i, está dada por:

$$\mathbf{K}_i \;=\; - \, m_i \, \bar{\mathbf{a}}_i \tag{25}$$

donde $\bar{\mathbf{a}}_i$ es la aceleración especial de la partícula i.

Ahora, desde la dinámica especial (15), se tiene:

$$\mathbf{F}_i \;=\; m_i \, \bar{\mathbf{a}}_i \tag{26}$$

Dado que ($\mathbf{K}_i \;=\; - \, m_i \, \bar{\mathbf{a}}_i$) se obtiene:

$$\mathbf{F}_i \;=\; - \, \mathbf{K}_i \tag{27}$$

o sea:

$$\mathbf{K}_i \, + \, \mathbf{F}_i \;=\; 0 \tag{28}$$

Si ($\mathbf{T}_i \doteq \mathbf{K}_i \, + \, \mathbf{F}_i$) entonces:

$$\mathbf{T}_i \;=\; 0 \tag{29}$$

Por lo tanto, si la fuerza cinética neta $\mathbf{K}_i$ es incluida en la dinámica especial entonces la fuerza total $\mathbf{T}_i$ que actúa sobre una (masiva o no masiva) partícula i es siempre cero.

Nota : Las fuerzas cinéticas $\overset{au}{\mathbf{K}}$ están directamente relacionadas con la energía cinética K.

Anexo IV

Relatividad Especial

Una Reformulación con Magnitudes Relacionales	$\neq$	Una Reformulación con Magnitudes Ordinarias
$\downarrow$		$\downarrow$
ν , t , $\mathbf{r}$, $\mathbf{v}$, $\mathbf{a}$ (invariantes)	$\neq$	$\mathtt{v}$, $\mathtt{t}$, $\vec{r}$, $\vec{v}$, $\vec{a}$ (no invariantes)
$\downarrow$		$\downarrow$
m_o , m (invariantes)	$=$	m_o , m (invariantes)
f , m (invariantes)	$\neq$	f , $\mathtt{m}$ (no invariantes)
$\downarrow$		$\downarrow$
$\bar{\mathbf{r}}$, $\bar{\mathbf{v}}$, $\bar{\mathbf{a}}$ (invariantes)	$\neq$	$\vec{\vec{r}}$, $\vec{\vec{v}}$, $\vec{\vec{a}}$ (no invariantes)
$\downarrow$		$\downarrow$
$\mathbf{P}$, $\mathbf{L}$, $\mathbf{F}$, W , K , $(\mathbf{K})$ (invariantes)	$\neq$	$\vec{\mathrm{P}}$, $\vec{\mathrm{L}}$, $\vec{\mathrm{F}}$, W , K , $(\vec{\mathrm{K}})$ (no invariantes)
$\downarrow$		$\downarrow$
La dinámica especial (relacional) puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia inercial o no inercial (y los observadores no inerciales **NO** deben introducir fuerzas ficticias en $\mathbf{F}$)	$\neq$	La dinámica especial (ordinaria) puede ser aplicada en cualquier sistema de referencia inercial o no inercial (y los observadores no inerciales deben introducir fuerzas ficticias en $\vec{\mathrm{F}}$)
$\downarrow$		$\downarrow$

invariantes = Las magnitudes son invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia inerciales y no inerciales.

no invariantes = Las magnitudes no son invariantes bajo transformaciones entre sistemas de referencia inerciales.